

Α' Γενικό Λύκειο Τοσιτσειο Αρσάκειο Εκάλης
Ερευνητική εργασία “project” :Τα μαθηματικά στην
Ακρόπολη

Υποομάδα 3

Θέμα: Χρυσός Αριθμός Φ- Χρυσή Τομή



Μέλη ομάδας: Χρήστος Παπακωνσταντίνου
Βασίλης Πελωριάδης
Γιάννης Πιτόσκας
Γιάννης Στεργίου

Χρυσή Τομή – Αριθμός φ

Ορισμός της χρυσής τομής

Η χρυσή τομή ϕ ορίζεται ως το πηλίκο των θετικών αριθμών α/β όταν

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \quad \text{που ισούται περίπου με 1,618.}$$

Ορισμός των αρχαίων για τη χρυσή τομή

«Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμησθαι λέγεται, ὅταν ἡ ὅς ἢ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον τμήμα, οὕτως τὸ μείζον πρὸς τὸ ἔλαττον»

Λίγα λόγια για τον Φ

Θεωρείται ότι δίνει αρμονικές αναλογίες και για το λόγο αυτό έχει χρησιμοποιηθεί στην αρχιτεκτονική και τη ζωγραφική, τόσο κατά την αρχαία Ελλάδα όσο και κατά την Αναγέννηση. Την χρυσή τομή εισήγαγε και υπολόγισε ο Πυθαγόρας, (585 - 500 π.Χ.) που γεννήθηκε στη Σάμο, και ίδρυσε σημαντικότερη φιλοσοφική σχολή στον Κρότωνα της Μεγάλης Ελλάδας (Κάτω Ιταλία). Η χρυσή τομή συμβολίζεται με το γράμμα ϕ προς τιμήν του γλύπτη Φειδία, του γνωστότερου ίσως γλύπτη της ελληνικής αρχαιότητας, και του σημαντικότερου της κλασικής περιόδου.

Μαθηματικός τύπος

Η χρυσή τομή δίνει το σημείο που πρέπει να διαιρεθεί ένα ευθύγραμμο τμήμα, ώστε ο λόγος του ως προς το μεγαλύτερο τμήμα να ισούται με τον λόγο του μεγαλύτερου τμήματος ως προς το μικρότερο.

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi.$$

$$a = \phi b$$

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0.$$

Η εξίσωση αυτή έχει μόνο μία θετική ρίζα,

την:
$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803\,3988749894\ldots$$

Ιδιότητες

$$1) \quad \Phi = 1,618033989... = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$2) \quad \frac{1}{\Phi} = 0,618033989... = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

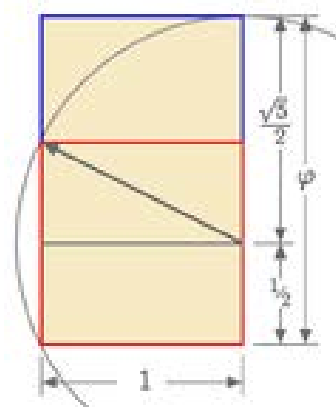
$$3) \quad \Phi^2 = \Phi + 1$$

$$4) \quad \Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}}$$

$$5) \quad \Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}$$

Κατασκευή με κανόνα και διαβήτη

1. Κατασκευάζουμε τετράγωνο πλευράς 1 (κόκκινο).
 2. Φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη μια βάση και χωρίζουμε το τετράγωνο σε δύο ίσα ορθογώνια (πλευρών 1 και 1/2) και φέρνουμε μία διαγώνιο (γκρι).
 3. Κατασκευάζουμε κύκλο με κέντρο το μέσο της μίας πλευράς του τετραγώνου και ακτίνα τη διαγώνιο του ορθογωνίου.
 4. Προεκτείνουμε την πλευρά του τετραγώνου πάνω στην οποία βρίσκεται το κέντρο του κύκλου ως τον κύκλο (μπλε).
- Το ευθύγραμμο τμήμα που αποτελείται από την πλευρά του τετραγώνου μαζί με την προέκταση έχει μήκος Φ .



Δεκαδική προσέγγιση της χρυσής τομής

1,61803 39887 49894 84820 45868 34365 63811 77203 09179 80576 **50**
28621 35448 62270 52604 62818 90244 97072 07204 18939 11374 **100**
84754 08807 53868 91752 12663 38622 23536 93179 31800 60766
72635 44333 89086 59593 95829 05638 32266 13199 28290 26788 **200**
06752 08766 89250 17116 96207 03222 10432 16269 54862 62963
13614 43814 97587 01220 34080 58879 54454 74924 61856 95364 **300**
86444 92410 44320 77134 49470 49565 84678 85098 74339 44221
25448 77066 47809 15884 60749 98871 24007 65217 05751 79788 **400**
34166 25624 94075 89069 70400 02812 10427 62177 11177 78053
15317 14101 17046 66599 14669 79873 17613 56006 70874 80710 **500**

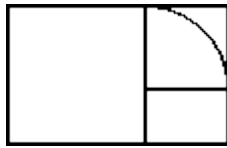
Όπως είναι φανερό ο αριθμός Φ ως άρρητος αριθμός έχει την «ικανότητα» να μην παρουσιάζει καμία επανάληψη στα δεκαδικά του ψηφία. Σχήμα οξύμωρο αποτελεί το γεγονός ότι η χρυσή τομή έχει την τάση να αυτοεπαναλαμβάνεται επ' άπειρον.

Χρυσές Σπείρες

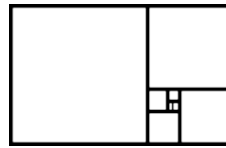
Συνεχίζουμε την περιήγησή μας στις εφαρμογές της χρυσής τομής με την παρουσίαση δύο χρυσών σπειρών. Η μία βασίζεται σε διαδοχικά χρυσά ορθογώνια που το ένα περιέχει το άλλο και η άλλη σε διαδοχικά χρυσά οξυγώνια τρίγωνα, που και εδώ, το ένα περιέχει το άλλο.



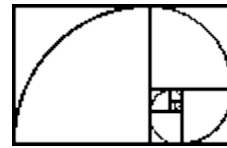
Βήμα 1



Βήμα 2



Βήμα 3



Βήμα 4

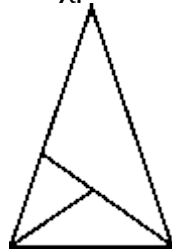
Πρώτη χρυσή σπείρα: Κατασκευή από χρυσό ορθογώνιο.



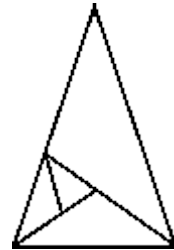
Βήμα 1



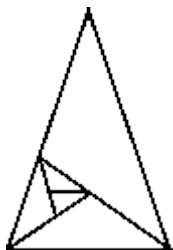
Βήμα 2



Βήμα 3



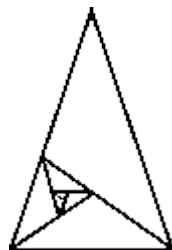
Βήμα 4



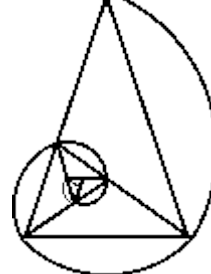
Βήμα 5



Βήμα 6



Βήμα 7



Βήμα 8

Δεύτερη χρυσή σπείρα: Κατασκευή από χρυσό οξυγώνιο τρίγωνο.

Κατασκευή της πρώτης χρυσής σπείρας: Η σπείρα αυτή μας θυμίζει αρκετά την σπείρα του Fibonacci. Και πραγματικά, οι δύο σπείρες είναι περίπου ίδιες. Θα δούμε όμως, ότι υπάρχει μια ουσιαστική διαφορά στην κατασκευή της χρυσής σπείρας. Τώρα ξεκινάμε από ένα χρυσό ορθογώνιο, και προχωράμε προς τα μέσα, «κόβοντας» τετράγωνα, πορεία δηλαδή ακριβώς αντίστροφη από αυτή που είχαμε στην κατασκευή της σπείρας του Fibonacci. (Αν θυμόμαστε, ξεκινούσαμε από ένα τετράγωνο, και το επεκτείναμε προς τα έξω σχηματίζοντας διαδοχικά ορθογώνια.) Αλλά ας δούμε την κατασκευή βήμα προς βήμα:

Βήμα 1^ο: Ξεκινάμε με ένα χρυσό ορθογώνιο. Φέρνουμε μια κάθετη γραμμή για να το χωρίσουμε σε τετράγωνο και ένα μικρότερο χρυσό ορθογώνιο.

Βήμα 2^ο: Το μικρότερο ορθογώνιο που σχηματίστηκε από το βήμα 1, το χωρίζουμε και αυτό με τον ίδιο τρόπο σε ένα τετράγωνο και ένα ακόμα πιο μικρό χρυσό ορθογώνιο.

Βήμα 3^ο: Επαναλαμβάνουμε τα προηγούμενα βήματα αρκετές φορές, ώστε να πάρουμε έναν σχηματισμό με πολλά διαδοχικά τετράγωνα που μικραίνουν συνεχώς, στο εσωτερικό του χρυσού ορθογωνίου.

Βήμα 4^ο: Τέλος διαγράφουμε τεταρτοκύκλια στα τετράγωνα που σχηματίστηκαν. Το αποτέλεσμα είναι μία χρυσή σπείρα που με μεγάλη ικανοποίηση διαπιστώνουμε ότι προσεγγίζει ακόμα καλύτερα την σπείρα στο κέλυφος του ναυτίλου, από ότι η σπείρα του Fibonacci. (δες προηγούμενο κεφάλαιο).

Κατασκευή της δεύτερης χρυσής σπείρας: Η διαδικασία είναι ανάλογη με την προηγούμενη κατασκευή. Σχεδόν ή μόνη διαφορά είναι ότι ξεκινάμε με ένα χρυσό οξυγώνιο τρίγωνο το οποίο το διαιρούμε συνεχώς σε άλλα μικρότερα χρυσά τρίγωνα (ένα οξυγώνιο και ένα αμβλυγώνιο – Βήματα 1 έως 7)

Ας παρατηρήσουμε ότι στο βήμα 1 ή διαίρεση του χρυσού τριγώνου σε δύο μικρότερα χρυσά τρίγωνα γίνεται απλώς με το να πάρουμε τμήμα στην μία πλευρά του, αρχίζοντας από την κορυφή, που είναι ίσο με τη βάση του τριγώνου.

Η διαίρεση αυτή επαναλαμβάνεται στα επόμενα βήματα, σε κάθε νέο σχηματιζόμενο οξυγώνιο χρυσό τρίγωνο έως ότου καταλήξουμε στην κατασκευή που φαίνεται στο βήμα 7

Στο βήμα 8 διαγράφουμε τόξα κύκλων με κέντρα τις κορυφές των χρυσών οξυγωνίων τριγώνων, και ακτίνα μία πλευρά τους. Έτσι, οι βάσεις των χρυσών τριγώνων είναι χορδές στα τόξα που διαγράφουμε.

Χρυσά Τρίγωνα

Χρυσό λέγεται κάθε ισοσκελές τρίγωνο στο οποίο ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή θα είναι ίσος με φ .

Κάθε ισοσκελές με γωνία κορυφής 36° είναι χρυσό.

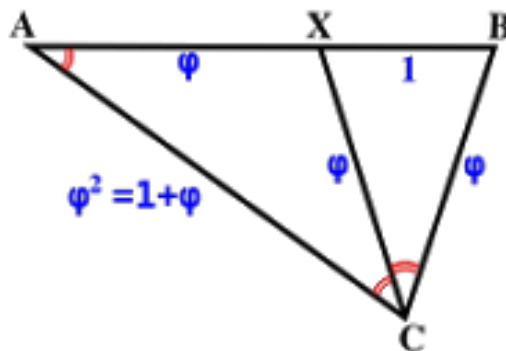
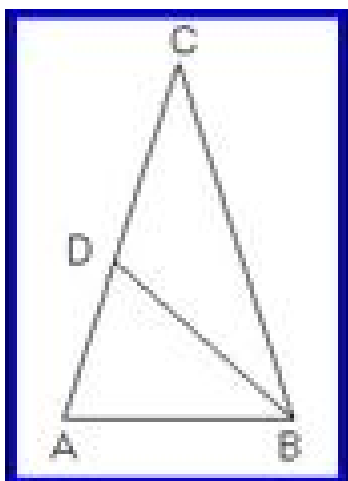
Μπορούμε να το αποδείξουμε φέρνοντας τη διχοτόμο

μιας από τις παρά τη βάση γωνίες – στο σχήμα της Β –

τα τρίγωνα ABC και ABD είναι όμοια, οπότε $(AC) = \varphi(AB)$

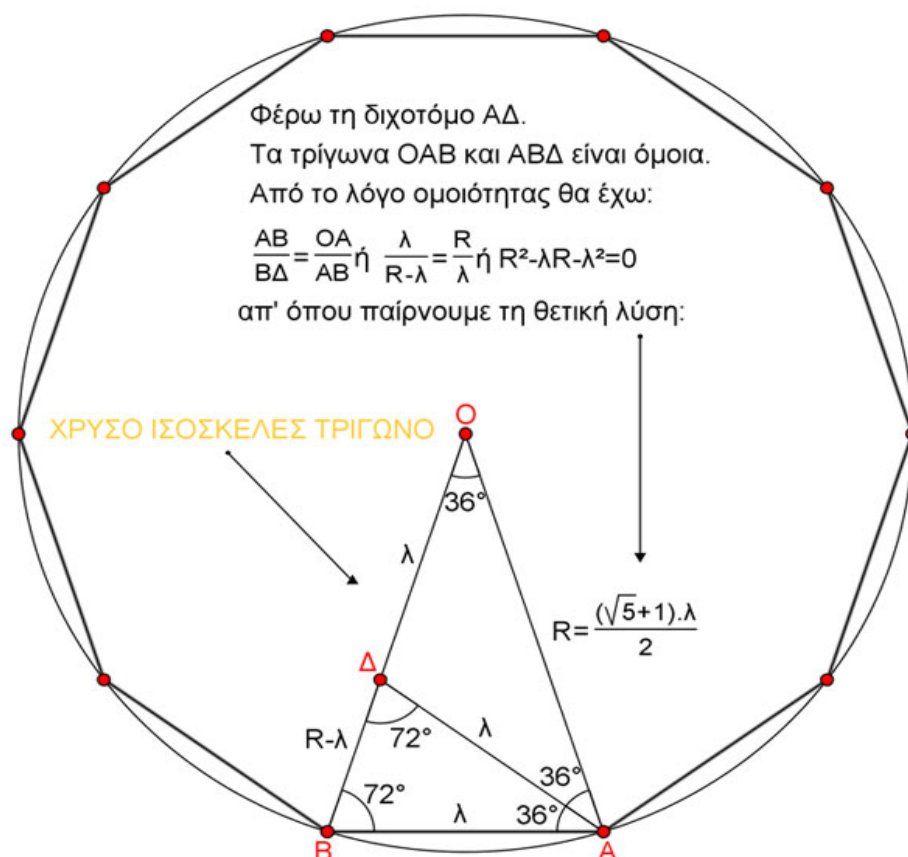
Η διχοτόμος της γωνίας $B = 72^\circ$ δημιουργεί στην απέναντι πλευρά χρυσή

τομή. Επομένως χρυσό τρίγωνο ονομάζεται κάθε ισοσκελές τρίγωνο με γωνία κορυφής 36° μοίρες και γωνίες βάσης 72° μοίρες.



Κατασκευή χρυσού τριγώνου

ΚΑΝΟΝΙΚΟ ΔΕΚΑΓΩΝΟ (λ πλευρά, R ακτίνα περιγεγραμμένου κύκλου)



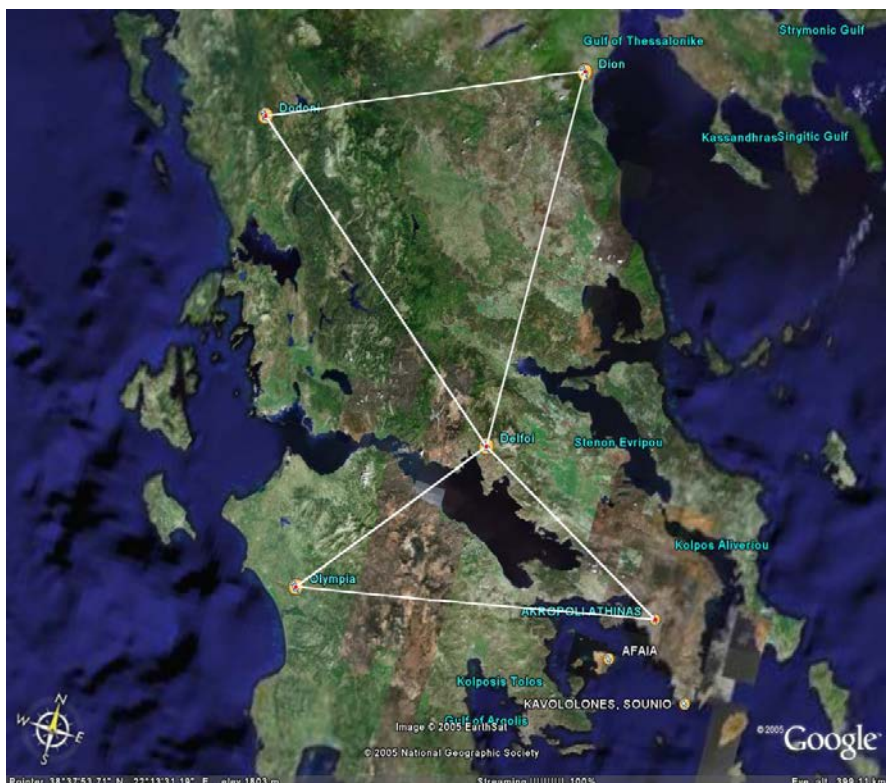
Αν από την ισότητα του λόγου ομοιότητας λύσουμε ως προς λ θα έχουμε:
 $\lambda^2 + \lambda R - R^2 = 0$ απ' όπου παίρνουμε τη θετική λύση:

$$\lambda = \frac{(\sqrt{5}-1).R}{2}$$

Τα χρυσά τρίγωνα μας είναι πολύ οικεία σε εμάς τους Έλληνες καθώς συναντώνται πολύ συχνά στις αποστάσεις μεταξύ πόλεων στον ελλαδικό χώρο.



Συγκεκριμένα: “Δεν υπάρχουν μόνο ισοσκελή τρίγωνα στον χάρτη, αλλά και πολλά τρίγωνα που ακολουθούν τον κανόνα της χρυσής τομής του αριθμού φ. Ενδεικτικά, η απόσταση Αθήνας - Ελευσίνας είναι 100 στάδια, και Αθήνας - Ναού Αφαιάς Αθηνάς στην Αίγινα 162 στάδια”

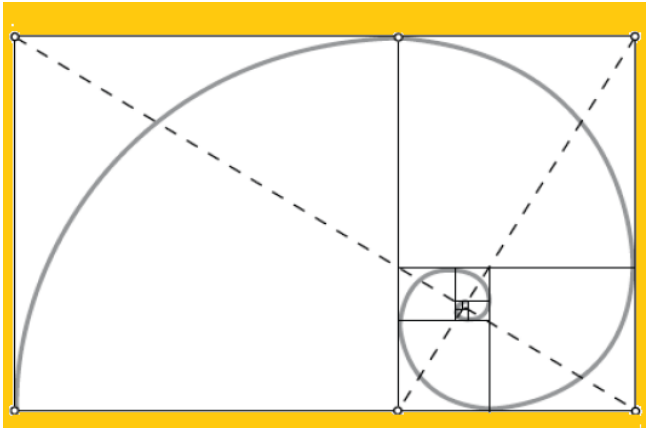


Χρυσά Ορθογώνια

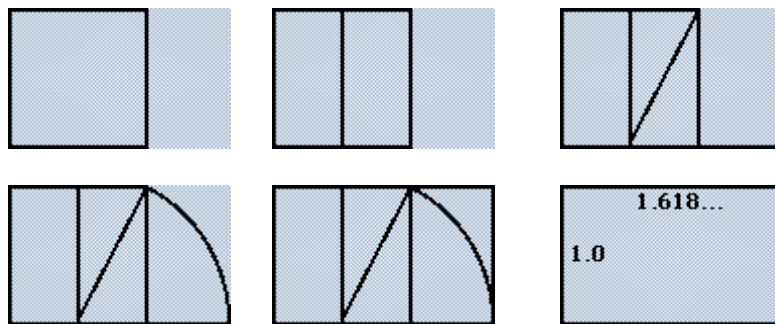
Ζητάμε να κατασκευάσουμε ένα χρυσό ορθογώνιο, δηλαδή ένα ορθογώνιο στο οποίο ο λόγος της μεγάλης του πλευράς προς τη μικρή να είναι ίσος με τον λόγο της μικρής προς τη διαφορά των πλευρών. Αν υποθέσουμε ότι μας έχει δοθεί το μήκος της μικρής πλευράς του ορθογωνίου.

Ξεκινάμε την κατασκευή με ένα τετράγωνο πλευράς ίσης με την δοθείσα μικρή πλευρά του ορθογωνίου, το οποίο το διαιρούμε φέρνοντας την διάμεσό του. Με κέντρο το μέσο της μιας πλευράς και ακτίνα την διαγώνιο του μισού τετραγώνου διαγράφουμε τόξο που τέμνει την προέκταση της πλευράς του τετραγώνου σε ένα σημείο. Αυτό το σημείο ορίζει το άλλο άκρο της μεγάλης πλευράς του χρυσού ορθογωνίου.

Επαλήθευση: Επειδή προφανώς τα χρυσά ορθογώνια είναι όμοια μεταξύ τους, πάντα ο λόγος της μεγάλης πλευράς προς τη μικρή πλευρά, θα είναι ο αριθμός $(\sqrt{5} + 1)/2$ που διεθνώς συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα Φ, το αρχικό του ονόματος του Φειδία, δημιουργός των γλυπτών του Παρθενώνα. Η πρόσοψη του Παρθενώνα μπορεί νοητά να εγγραφεί σε ένα χρυσό ορθογώνιο που σημαίνει ότι ο λόγος των διαστάσεων του είναι ο αριθμός Φ. Ο αριθμός αυτός ονομάζεται λόγος χρυσής τομής.



Κατασκευή χρυσού ορθογωνίου παραλληλογράμμου



Η χρυσή τομή και οι αριθμοί Fibonacci

Ορισμός

Στα Μαθηματικά, οι Αριθμοί Fibonacci είναι οι αριθμοί της παρακάτω ακέραιης ακολουθίας:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597 ...

Εξ ορισμού, οι πρώτοι δύο αριθμοί Fibonacci είναι το 0 και το 1, και κάθε επόμενος αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων. Σε μαθηματικούς όρους, η ακολουθία F_n των αριθμών Fibonacci ορίζεται από τον αναδρομικό τύπο:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

με $F_0 = 0$ και $F_1 = 1$

Γιατί όμως αναφέραμε την ακολουθία Fibonacci; Ποια είναι η σχέση της με τον αριθμό φ;

Αν φτιάξουμε μια ακολουθία με όρους τους **λόγους** των διαδοχικών όρων

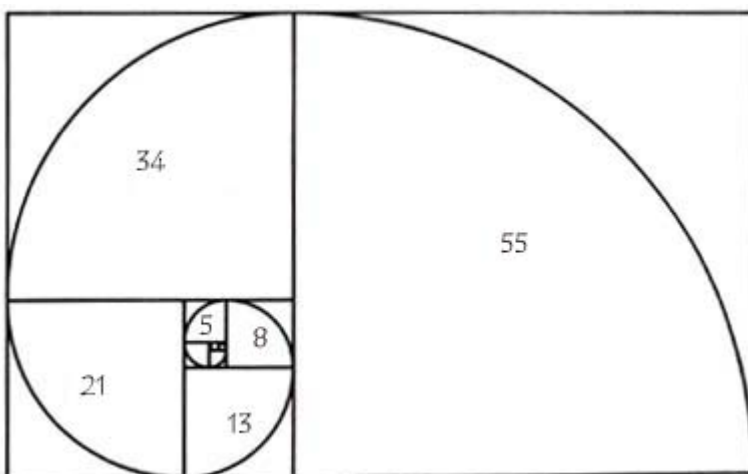
της ακολουθίας θα έχουμε:

1/1	=	1
2/1	=	2
3/2	=	1.5
5/3	=	1.666666666
8/5	=	1.6
13/8	=	1.625
21/13	=	1.615384615
34/21	=	1.619047619
55/34	=	1.617647059
89/55	=	1.618181818

και συνεχίζει επ' άπειρον.

Παρατηρούμε λοιπόν, πως όταν εκτελεστούν οι διαιρέσεις και όσο η ακολουθία προχωράει, τόσο το αποτέλεσμα συγκλίνει, όλο και με μεγαλύτερη ακρίβεια προς την αποκαλούμενη *Χρυσή Τομή*, ή *Χρυσή Αναλογία*, ή *Αριθμός Φ*

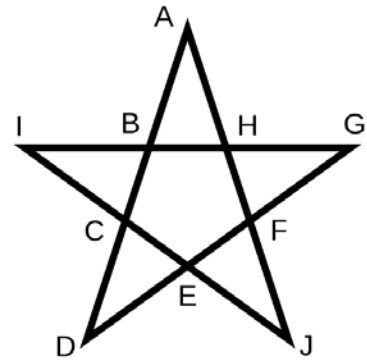
$$\varphi = 1,6180339887...$$



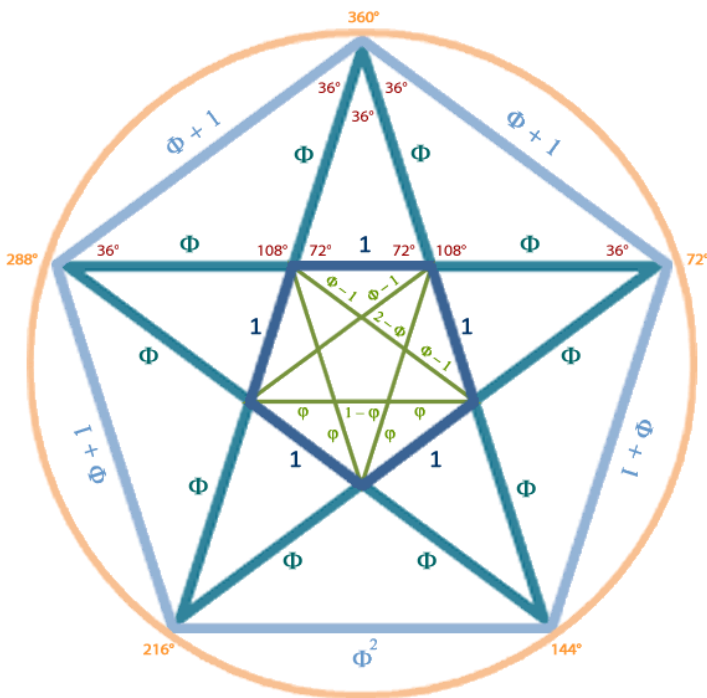
Χρυσή Πεντάλφα

Η πεντάλφα κατασκευάζεται από ένα κανονικό πεντάγωνο φέρνοντας τις διαγώνιους στο πεντάγραμμο αυτό. Το σύμβολο συνδέεται με τη χρυσή τομή φ : ο λόγος κάθε ευθύγραμμου τμήματος που εμφανίζεται σε αυτή ως προς το αμέσως μικρότερό του ισούται με τη χρυσή τομή. Σύμφωνα με την εικόνα στα δεξιά είναι:

$$\frac{IG}{IE} = \frac{IE}{AB} = \frac{AB}{BC} = \phi$$



Dimensions of the pentagram and pentagon with relation to Phi - Φ "The Golden Ratio"



$$\Phi^{-1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\Phi^{-1} = \Phi - 1$$

$$\Phi - 1 = \varphi$$

$$0.618...$$

$$\varphi$$

$$\Phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

$$1.618...$$

$$\Phi^2 = \Phi + 1$$

$$2.618...$$

$$\Phi^2 = \frac{\sqrt{5} + 3}{2}$$

© Birol Koç • EyePhi.com

Στην Ελλάδα οι πρώτοι που ασχολήθηκαν ενδελεχώς με αυτό το σύμβολο ήταν ο Πυθαγόρας και οι Πυθαγόρειοι. Αυτοί το ονόμαζαν *Υγιεία* και έβλεπαν στο σύμβολο αυτό, λόγω των γεωμετρικών του ιδιοτήτων, μια μαθηματική τελειότητα.

Οι νεοπυθαγόρειοι συμβόλιζαν τις άκρες του με τα τέσσερα στοιχεία της φύσης και την πέμπτη με το θείο:

1. Ύδωρ
2. Γαία
3. Ιδέα ή Ιερών
4. Ειλή (θερμότητα του ήλιου)
5. Αήρ

Τα αρχικά των λέξεων αυτών σχηματίζουν τη λέξη «Υ-Γ-Ι-ΕΙ-Α».



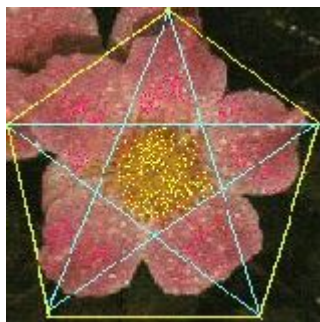
Ἡ Πεντάληφα τῶν Πυθαγορείων

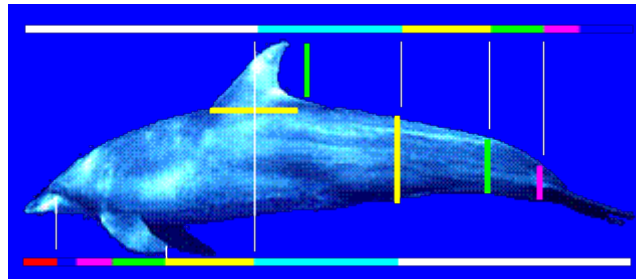
Η χρυσή τομή στο ανθρώπινο σώμα και τη φύση

Φυσικά και πάλι ελάχιστα θα θίξουμε αυτό το θέμα, μια και ο λόγος χρυσής τομής συναντάται σχεδόν παντού στη φύση. Στο κεφάλαιο για τους αριθμούς Fibonacci είχαμε παρατηρήσει ότι οι αριθμοί αυτοί εμφανίζονται συχνά στη φύση, τόσο στο φυτικό όσο και στο ζωικό βασίλειο. Επομένως, αφού οι αριθμοί Fibonacci συνδέονται άμεσα με το λόγο χρυσής τομής, περιμένουμε ότι και αυτός θα εμφανίζεται με τη σειρά του στη φύση. Έτσι πραγματικά, οι σπείρες στα ανθύλλια των λουλουδιών, ή σπείρες στα σαλιγκάρια, είναι χρυσές σπείρες στις περισσότερες περιπτώσεις. Αυτό συμβαίνει γιατί τα πάντα αυξάνονται με έναν ρυθμό ίσο με ϕ . Σ' αυτή την παράγραφο θα προσπαθήσουμε να δώσουμε κυρίως εικόνες όπου εμφανίζεται ο λόγος χρυσής τομής, με κάποια από τις γεωμετρικές εκδοχές που έχουμε ήδη αναφέρει.

Χρυσές αναλογίες σε φυτά και ζώα

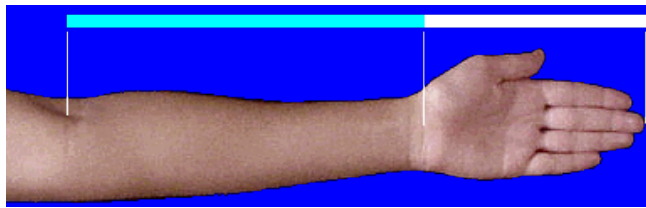
Στο σώμα εντόμων, ζώων αλλά και σε πολλά λουλούδια, ιδιαίτερα αυτά με πέντε πέταλα, μπορούμε να διακρίνουμε λόγους χρυσής τομής. Στις επόμενες εικόνες φαίνονται κάποια από τα χιλιάδες παραδείγματα.



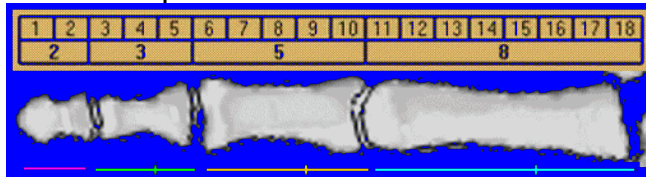


Χρυσές αναλογίες στο ανθρώπινο σώμα

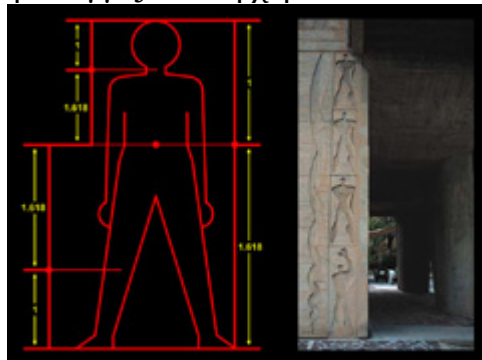
Στην παράγραφο για την τέχνη, αναφέραμε ότι πολλοί καλλιτέχνες, κυρίως ζωγράφοι της Αναγέννησης, μελέτησαν τις αναλογίες στο ανθρώπινο σώμα. Τα συμπεράσματά τους ήταν ιδιαίτερα εντυπωσιακά για την σχέση των αναλογιών στο σώμα μας και την χρυσή τομή.



διαίρεση του χεριού σε λόγο χρυσής τομής από τον καρπό



φάλαγγες δεικτη χεριού



Προχωρώντας σε λεπτομερέστερα σημεία του ανθρώπινου σώματος μπορούμε να παρατηρήσουμε και άλλες διαιρέσεις σε χρυσό λόγο. Για παράδειγμα ο καρπός διαιρεί το χέρι από τον αγκώνα και κάτω σε λόγο χρυσής τομής, ενώ αν παρατηρήσουμε τις φάλαγγες του δείκτη μας, φαίνεται πως καθεμιά βρίσκεται σε χρυσή αναλογία με την επόμενη της. (παρατηρήστε τους αριθμούς Fibonacci στις μετρήσεις)

Ο αρχιτέκτονας Le Corbusier (1887-1965) κατασκεύασε μια κλίμακα αναλογιών που ονόμασε *Le Modulor*, η οποία βασίζεται στο ανθρώπινο σώμα. Σύμφωνα με αυτή, ο ομφαλός διαιρεί το ανθρώπινο σώμα σε λόγο χρυσής τομής.

Μουσική

Να αναφέρουμε τέλος πως και η μουσική δεν έμεινε ανεπηρέαστη από την χρυσή τομή. Αγνωούμε όμως αν αυτό έγινε συνειδητά ή ασυνείδητα. Παρατηρούμε και εδώ στα έργα των μεγάλων συνθετών όπως του Μότσαρτ ή του Μπετόβεν να υπάρχει μία διαίρεση των συνθέσεων σε λόγους χρυσής τομής.

Για να το κατανοήσουμε αυτό καλύτερα, ας δούμε ένα παράδειγμα από την Πέμπτη συμφωνία του Μπετόβεν: Το περίφημο μοτίβο της διαιρεί την

πρώτη πράξη, όπως φαίνεται και από το παρακάτω σχεδιάγραμμα, σε λόγο χρυσής τομής. Τα μέτρα που αναφέρονται είναι μουσικά μέτρα.

Μοτίβο 5 μέτρα	372 μέτρα	Μοτίβο 5 μέτρα	228 μέτρα	Μοτίβο 5 μέτρα
X			Y	

Βλέπουμε την πρώτη πράξη να αποτελείται από το μοτίβο (5 μέτρα), ένα μουσικό τμήμα 372 μέτρα, ξανά το μοτίβο, ένα τμήμα 228 μέτρα και ολοκληρώνεται με το μοτίβο. Αν θέλουμε να υπολογίσουμε τον λόγο του X μουσικού τμήματος προς το Y, θα έχουμε:

1. $X = 372 + \text{μοτίβο} = 372 + 5 = 377$
2. $Y = 228 + \text{μοτίβο} = 228 + 5 = 233$
3. $X/Y = 233 / 377 = 1.618$ (που είναι ο λόγος χρυσής τομής.)

Αρχιτεκτονική

Κάθε λόγος στην αρχιτεκτονική μπορεί να περιγραφεί όπως βλέπεις παρακάτω από ένα συναίσθημα. Ένα μόνο είναι αυτό που δημιουργεί το συναίσθημα του τέλει το ΧΡΥΣΟ ορθογώνιο αυτό δηλαδή που ο λόγος των πλευρών του είναι Φ. ΟΠΩΣ βλέπεις είναι το μόνο που δεν έφτιαξα και ο λόγος απλός σίγουρα υπάρχει γύρω σου...

Ο

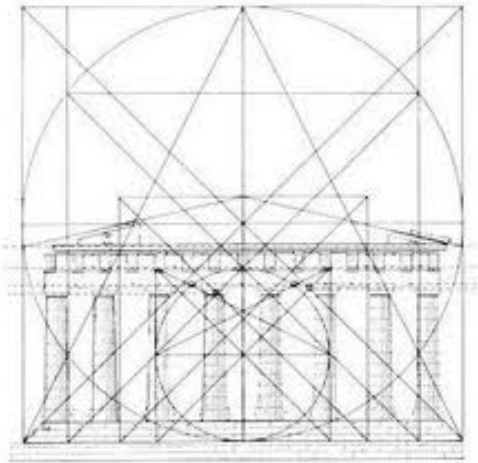


τριγωνισμός, μια άλλη μέθοδος συγκρότησης ρυθμικών καμβάδων με βάση ορισμένα προνομιά τριγώνια, γνώρισε τη μεγαλύτερη διάδοσή του τον περασμένο αιώνα. Αυτά είναι: το πυθαγόρειο, δηλαδή το ορθογώνιο με σχέση πλευρών 3:4:5, το αιγυπτιακό, δηλαδή το ισοσκελές με αναλογία βάσης προς ύψος 8:5, το ισοσκελές με γωνία κορυφής 36 μοίρες, που αποτελεί τη μονάδα του κανονικού δεκαγώνου, και έχει σχέση πλευράς προς βάση Φ (1,618, ο γνωστός χρυσός αριθμός) και τέλος το ισόπλευρο, που αποτελεί τη μονάδα του εξαγώνου. Τέτοιες μεθόδους επαλήθευσης συναντά κανείς στα αρχιτεκτονικά έργα του μοντέρνου κινήματος, Le Corbusier, Bauhaus κλπ.

Χρυσή τομή στον Παρθενώνα

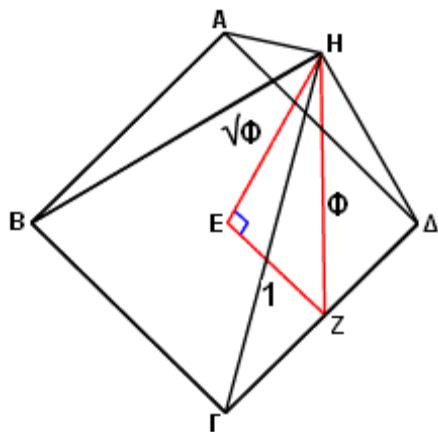
Χρυσή τομή» ονομάζουμε και τη σχέση 4:9 που κυριαρχεί στον Παρθενώνα. Για παράδειγμα το πλάτος του στυλοβάτη προς το μήκος του, η διάμετρος των κιόνων προς το μεταξόνιο (1,905μ:4,296μ), το ύψος του ναού προς το πλάτος του (13,72μ:30,88=4:9), το πλάτος του κυρίως ναού προς το μήκος του. ενώ το πλάτος του ναού προς το ύψος έχουν μια σχέση 16:81, δηλ. 42:92 Η χρυσή τομή έχει χρησιμοποιηθεί στο σχέδιο του Παρθενώνα. Η πρόσοψη του Παρθενώνα είχε φτιαχτεί χρησιμοποιώντας δύο μεγάλα ορθογώνια πλευράς ρίζας πέντε και

τέσσερα μικρότερο. Η αναλογία του μήκους του κτηρίου προς το ύψος της πρόσοψης είναι ϕ , η χρυσή τομή. Υπάρχει ένας άρτιος αριθμός στυλοβατών κατά μήκος του μετώπου, οι οποίοι είναι οκτώ, και ένας περιττός αριθμός κατά μήκος των πλευρών, που είναι δεκαεπτά. Ο Παρθενώνας για αυτούς τους λόγους, έχει γίνει για να μαθευτεί ως "τέλειο κτήριο".

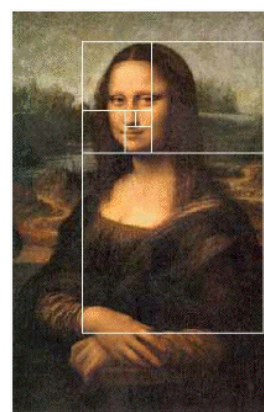
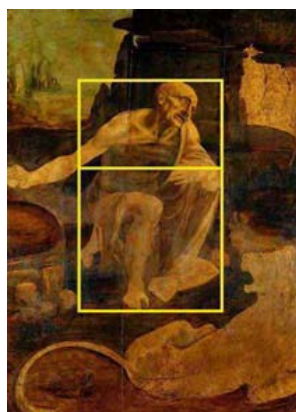


Οι Πυραμίδες

Η χρήση του ξεκίνησε, αρχικά, από τους αρχαίους Αιγύπτιους, οι οποίοι εφάρμοσαν τη *Χρυσή Αναλογία* στο σχέδιο των πυραμίδων. Όταν οι βασικές σχέσεις του ϕ χρησιμοποιούνται για να δημιουργήσουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο (από τη βάση της πυραμίδας μέχρι την κορυφή), τότε διαμορφώνονται οι διαστάσεις των Μεγάλων Πυραμίδων της Αιγύπτου. Εφαρμόζοντας γεωμετρικούς κανόνες στο σχήμα που εμφανίζεται, η γωνία Z αντιστοιχεί σε $51,83^\circ$, το συνημίτονο των οποίων είναι ϕ .



Ορισμένα έργα που εμφανίζουν αναλογίες χρυσής τομής



Ο πιο άρρητος αριθμός από τους άρρητους !

Οι αρχαίοι Έλληνες είχαν κάποια σχετική δυσκολία στο να χειριστούν τους άρρητους αριθμούς. Γι' αυτό και το Πυθαγόρειο Θεώρημα αποτελεί σταθμό στη μαθηματική σκέψη. Ονόμαζαν λοιπόν τους ρητούς αριθμούς (τα κλάσματα φυσικών) σύμμετρα μεγέθη, ενώ τους άρρητους όταν πλέον τους αποδέχτηκαν τους ονόμασαν ασύμμετρα μεγέθη.

Μία πρώτη διαπίστωση που μπορεί να κάνει και ένας μαθητής Γυμνασίου, είναι ότι μπορούμε να προσεγγίσουμε τους άρρητους με ρητούς αρκετά ικανοποιητικά. Άλλωστε και οι υπολογιστικές μηχανές χρησιμοποιούν μόνο ρητούς, αφού η οθόνη τους περιέχει πεπερασμένα δεκαδικά ψηφία.

Υπάρχει όμως ένα θεώρημα της θεωρίας αριθμών, το θεώρημα του Hurwitz, που εξηγεί πόσο «καλά» μπορούν οι ρητοί να προσεγγίσουν έναν άρρητο. Και εκεί υπάρχει ένας περιορισμός: Η συγκεκριμένη προσέγγιση δεν μπορεί να γίνει καλύτερη για τον αριθμό ϕ . Με άλλα λόγια, **ο αριθμός ϕ προσεγγίζεται κατά τον χειρότερο τρόπο από τους ρητούς, είναι δηλαδή «ο πιο άρρητος από τους άρρητους»!**

Πηγές – Βιβλιογραφία

<http://britton.disted.camosun.bc.ca/goldslide/jbgoldslide.htm>

<http://3lyk-petroup.att.sch.gr/autosch/joomla15/images/docs/gnf.pdf>

http://neasmyrni.leonteios.edu.gr/files/drasthriot/ereynitikes/2011-2012/xrysos_f.pdf

http://3lyk-galats.att.sch.gr/project/2011_Project_Parthenon.pdf

http://3lyk-galats.att.sch.gr/project/2011_History_and_Art.pdf

http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A7%CF%81%CF%85%CF%83%CE%AE_%CF%84%CE%BF%CE%BC%CE%AE

<http://www.atopo.gr/egkiklopedika/136/>

<http://www.goldennumber.net/>

<http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/phi.html>

<http://users.sch.gr/kkyrits/b/xrtrig.htm>

http://www.artofwise.gr/html/categories_content/epistimes/xrysoskanonas.html

<http://www.asxetos.gr/Default.aspx?tabId=157&c=47>

http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A7%CF%81%CF%85%CF%83%CE%AE_%CF%84%CE%BF%CE%BC%CE%AE

<http://www.iranon.gr/PENTELI/PENTELI2addendum.htm>

<http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/phi.html>